

Le 14/12/2015

⌚ 1 heure 30 minutes



TuniTests

Exercice 1 : (5,5 pts)

On donne $x = \sqrt{99 - 70\sqrt{2}}$ et $y = \frac{4}{2 - \sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2} - 1}$.

- 1°) Calculer $(7 - 5\sqrt{2})^2$. En déduire une écriture simple de x .
- 2°) Factoriser l'expression $F = (t + 5\sqrt{2})^2 - (99 - 70\sqrt{2}) + (t + 7)^2$. ($t \in \mathbb{R}$).
- 3°) Ecrire y sans radical au dénominateur.
- 4°) Montre que x et y sont inverses.

5°) Déterminer les valeurs de $A = \frac{x^3 + y^3}{xy^2 + x^2y}$ et $B = \frac{(yx^{-1})^2 + y^{-1}}{x^2 + y^3}$.

Exercice 2 : (4,5 pts)

Soit $E = (x - 1 + \sqrt{2})^3 + (x - 1 - \sqrt{2})^3 - 2x^3 + 2$; (x est un réel).

- 1°) Calculer E pour $x = \sqrt{2}$.
- 2°) a. Montrer que $(a + b)^3 + (a - b)^3 = 2a(a^2 + 3b^2)$ pour tous réels a et b .
b. Montrer alors $E = (2x - 2)(6 - 3x)$.
- 3°) Encadrer E pour $x \in [3, 4]$.

Exercice 3 : (2 pts)

Soit x un réel positif.

- 1°) Montrer que $2x + 1 \geq 2\sqrt{2x}$.
- 2°) Déduire que si $x \geq \frac{1}{2}$ alors $2\sqrt{2x} \leq 4x^2 + 1$.

Exercice 4 : (8 pts)

ABC est un triangle isocèle en A tel que $AB = 4$ et $\widehat{BAC} = 135^\circ$.

La perpendiculaire à (BC) passant par B coupe (AC) en E .

- 1°) Montrer que A est le milieu de $[EC]$.
- 2°) Soit H le projeté orthogonal de B sur (CE) .
a. Montrer que le triangle ABH est rectangle et isocèle.
b. Calculer CH puis BC .
- 3°) Montrer que $\sin(22,5^\circ) = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$.
- 4°) Soit I le milieu de $[BC]$. La droite (AI) coupe (BH) en G .
a. Vérifier que $\widehat{BGI} = 22,5^\circ$.
b. Montrer que $AG = 4\sqrt{2 + \sqrt{2}}$.
- 5°) a. Montrer que le triangle GBC est isocèle.
b. La droite (AB) coupe (CG) en F . Montrer que les droites (HF) et (BC) sont parallèles.
c. Calculer FH .



TuniTests